

# 吸い込み渦の境界層と不安定現象

野口尚史, 雪本真治, フレデリック・ムーラン,  
木村龍治, 新野宏 (東大海洋研)

## Boundary layers and instabilities of a suction vortex

T. Noguchi, S. Yukimoto, F. Y. Moulin, R. Kimura and H. Niino  
Ocean Research Institute, The University of Tokyo

### ABSTRACT

Velocity field measurements and visualization is applied to a sink vortex of water (with a free surface on top) produced in a cylindrical tank rotating about the vertical axis. The controlling parameters are the rotating rate of the tank (0.2 and 0.4 rad s<sup>-1</sup>) and the volume flux of a water withdrawn from a hole at the center of the bottom (50 and 150 cm<sup>3</sup> s<sup>-1</sup>). It is found that a Rankine-like vortex is produced in the steady state when the volume flux of a water withdrawn from the hole is large. When the volume flux is small, however, the conservation of the angular momentum around the central axis of the vortex does not established. A simple theoretical model that assumes Ekman boundary layer on bottom plate turns out to reproduce successfully the nonconservation of angular momentum. The injection of fluorescence dye at the periphery of the cylindrical tank reveals that the water introduced at the periphery of the tank descends to the bottom along the side wall and flows to the center of the tank in the boundary layer at the bottom of the tank. However, the dye ascends in a thin vertical layer around the core of the vortex suggesting that the upward flow is formed surrounding the sink vortex.

When we reduce a rotation rate of the tank from 0.4 rad s<sup>-1</sup> to 0.2 rad s<sup>-1</sup> with keeping the withdrawal rate of the water (to maintain a vortex) constant, horizontal plumes appear near the side wall because of the inertial instability. They penetrated a limited extent into the interior region, so that we have a mixing layer near the periphery of the tank. At the same time nearly-axisymmetric disturbances develops from the bottom boundary layer and intrude into the interior region.

Key words: suction vortex, Ekman boundary layer, inertial instability

### 1. 緒論

水槽の底に穴をあけたとき、強い渦ができることは良く知られた現象である。このような「吸い込み渦」の速度分布は Rankine 渦でよく近似されると考えられている。つまり、半径  $R$  までの渦核は剛体回転し、その外側ではポテンシャル渦になっているというのである<sup>1)</sup>。しかしながら渦核の半径を決める合理的説明はまだ見いだされていない。また、ふつう角運動量保存の結果として説明される外側のポテンシャル渦さえも、現実の吸い込み渦では底面に境界層が生じる<sup>2)</sup>ため、そのなりたちは単純ではない。

この研究では鉛直軸まわりに回転する円筒水槽の内部に吸い込み渦を作り、PIV による流速場の測定と染料による可視化とを用いて渦の構造を調べた。実験で変化させたパラメータは水槽の回転数と、水槽底面中心の穴から吸い出す水の流量の 2 つである。

その結果、定常状態では、流量の多いときには Rankine 渦に近い渦ができたが、流量の少ないときには渦核の外側

で  $1/r$  の速度分布が実現しなかった。定常状態で円筒の側壁から注入した染料は、側面に沿って下降したのち、底面の境界層を通して中心に流れ込むがすぐに穴から流出せず、渦核に沿って上昇することが見られた<sup>3)</sup>。

非線形の回転境界層のパラメタリゼーションを用いた簡単な理論モデルをたて、吸い込み渦と底面の境界層との相互作用を調べた。室内実験で見られた外側の領域の速度分布と吸い込み流量との関係を説明できることが分かった。

吸い込み渦に関するもう一つの興味は、渦核の外側のポテンシャル渦の領域が慣性中立であり、少しの回転速度分布のずれがただちに慣性不安定を起こすと予想されることである。水槽の回転速度を急に減少させた結果、側壁では慣性不安定による多数の水平なブルームが現れ、混合層が形成された。一方、底面では同心円状の構造が表れ、染料は内部領域へと侵入するのが見られた<sup>3)</sup>。

## 2. 室内実験

### 2.1 実験装置

実験装置の概略を図 1a に示す。アクリル製の円筒水槽が 3 つ同心円状に配置されている。一番外側の水槽 A の底にはドーナツ状のベアリングが敷いてあり、そこに乗せた 2 重円筒水槽 B, C がモーターによってなめらかに回転できるようにしている。一番内側の水槽 C の直径は 48cm である。この 2 重円筒水槽の底板の中心には直径 2.5cm の穴が開けてある。水槽 A からポンプで水槽 B と水槽 C の間に水を汲み込む。汲み込まれた水は水槽 C の上端のスポンジを通過して水槽 C 内に入り (図 1b)、最終的に中心の穴を出て水槽 A に戻される。ポンプの流量に応じて全体の水の量を加減して、水槽 C の縁での水位が深さ 36.5cm でいつも一定になるようにした。

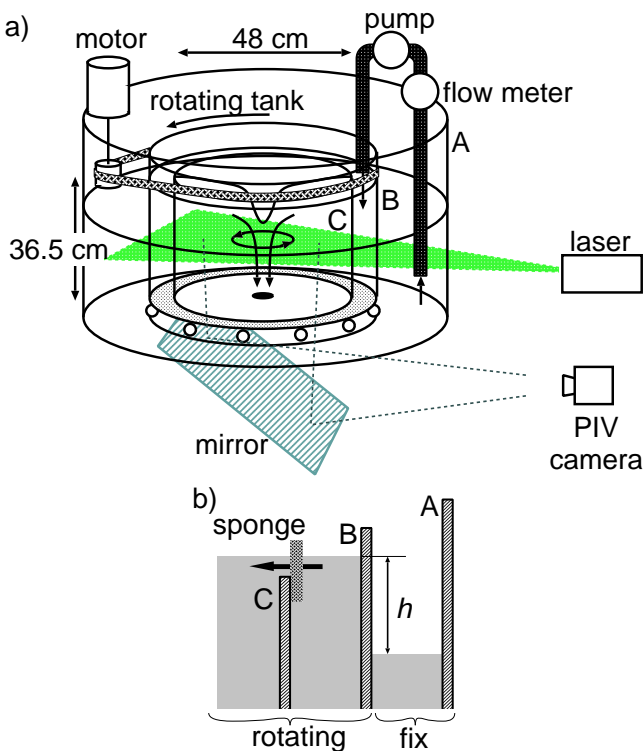


図 1 実験装置の概略図。a) 3 重の円筒容器のうち、最も外側の円筒 A は止まっており、内側の 2 円筒 B, C が回転する。観察は容器下部から、鏡を使って行なう。b) 容器の上部の鉛直断面の拡大図。円筒 C に入る水はスポンジを通過させることで円筒位置での角運動量を与える。吸い込みはポンプによって作られた水位差  $h$  により維持される。

### 2.2 観測装置

水平速度の測定は PIV で行なった。水槽 C の底から 10cm の高さに水平なシート状に広げたレーザー光を照射し、水中に分散させたアルミニウム粉末からの散乱光を水槽の下から撮影した (図 1a)。

回転する水槽内の鉛直運動を PIV で測定することは難しいので、蛍光染料 (ローダミン B) をスポンジ位置で注

入し、その分布を鉛直面内に広げたレーザーシート光を照射することで観察した。

### 2.3 実験方法

この実験の制御パラメータは水槽の回転速度  $\Omega$  と穴から吸い出す流量  $Q$  の 2 つである。ここでは、 $\Omega = 0.2, 0.4 \text{ rad/s}$  と  $Q = 50, 150 \text{ cm}^3/\text{s}$  の 2 通りずつ、計 4 通りの実験を行なった (図 2)。

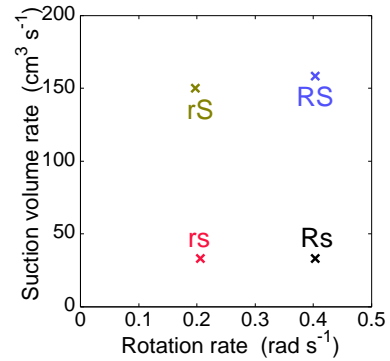


図 2 実験を行なった流量と回転数の 4 つの組み合わせ。 $\Omega$  の大きさをそれぞれ R, r、 $Q$  の大きさをそれぞれ S, s とし、2 つの文字の組み合わせで実験条件を表わす。

## 3. 結果と考察

### 3.1 定常吸い込み渦の構造

図 3 は PIV から得られた定常状態の渦の接線速度の半径分布を示したものである。PIV から直角座標で得られた速度ベクトルを円筒座標に変換し、水槽の 1 回転の時間で平均をとって求めたものである。破線は側壁で与えられた角運動量が保存した場合の仮想的な接線速度分布を示す。

流量が大きいとき、渦核の外ではポテンシャル渦に非常に近い速度分布をしていたが、流量が小さいときには、角運動量保存から予想される分布に比べてかなり小さくなっていった。

渦核の半径はいずれの場合でも穴の半径よりやや小さくなっていった。回転が速く、流量も大きいほど渦核半径も大きい傾向にあった。

図 4 は流入する水と同じ位置で注入された染料の分布の鉛直断面図で、ほぼ定常状態のものである。側壁から流入した水は内部領域には入らずに側壁に沿って底まで達し、底面の境界層を通過して中心の穴から流出していた。興味深いことに、穴に近付くと染料は渦核に沿って上昇していた。

### 3.2 吸い込み渦の不安定

ポテンシャル渦は '角運動量が一定' の速度分布なので、慣性不安定に対して中立である。つまり、速度分布がわずかにポテンシャル渦からずれるだけで慣性不安定を引き起こす可能性がある。これをみるために、RS の場合につ

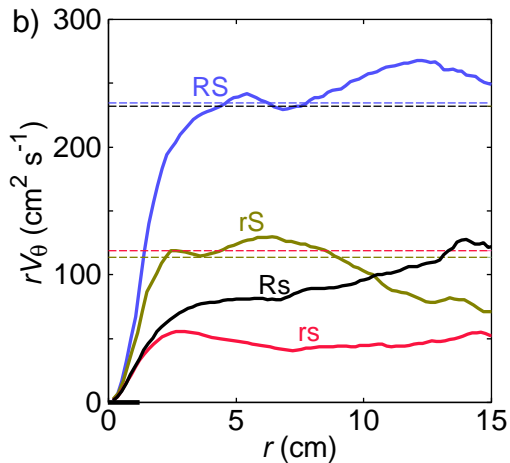
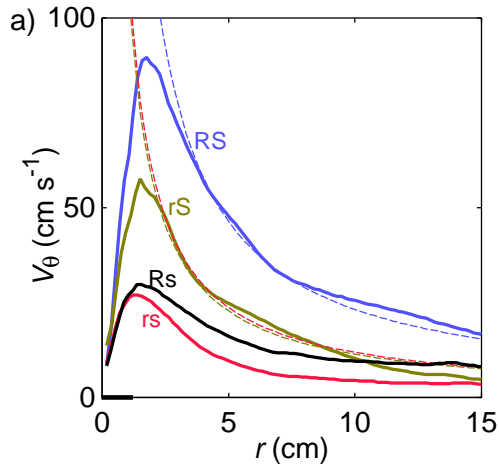


図3 4通りのパラメータ(図2.3)に対する、a) 接線方向速度の半径分布(実線)。b) 角運動量の半径分布(実線)。角運動量が保存する場合の分布を比較のために破線で示す。図の左下の横軸上の太線は底面の穴の半径を示す。

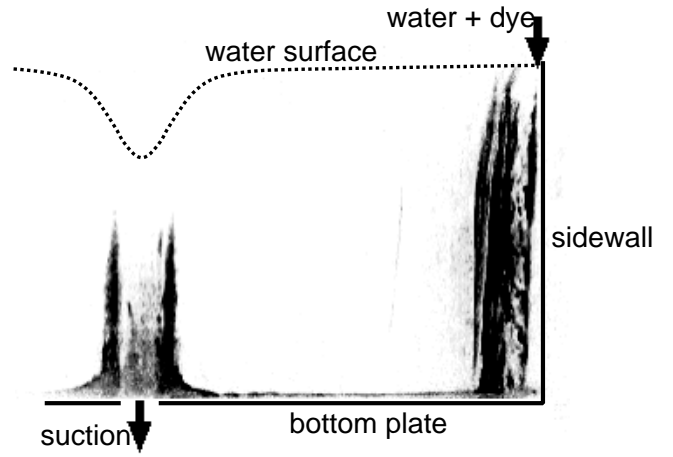


図4 円筒Cの上端から連続的に注入した染料による、定常な鉛直循環の可視化。RSの場合。

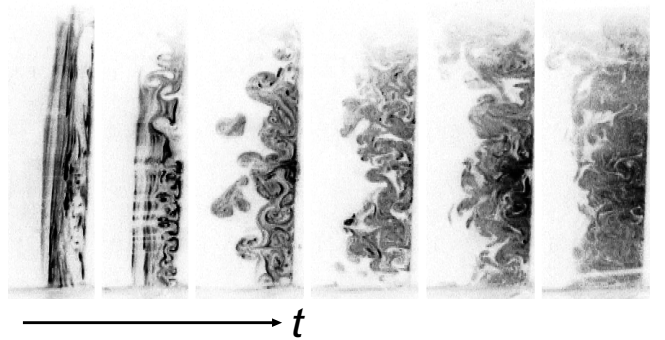


図5 水槽の回転数を突然半分にしたときに側壁の内側に生じたブルーム。左から順に5秒ごとの様子を示す。(観察位置は固定だが水槽は回転しているので、これらの連続写真(図5および6)は各瞬間では側壁・底面の異なる場所を見ていることに注意されたい。)

いて定常渦が実現したあとで水槽の回転数を急激に半分に換え、その過渡的な時間変化を観察した。

回転速度を下げるとただちに側壁では慣性不安定が生じ、ブルーム状の運動が中心に向かって発達を始めた(図5)。ブルームによる乱流混合により側壁近傍に混合層が形成された。しかし発達は壁から10cm程度に留まっており、それ以上内部へは侵入しなかった。

それと同時に、底面からはほぼ等間隔の同心円状に染料が内部領域に貫入し、次第に多重のリング状の鉛直循環が生じた(図6)。このリング状の構造の成因は今のところよく分かっていないが、側壁でのブルーム状運動にともなって励起された慣性波あるいは底面の境界層の力学的不安定と思われる。

#### 4. 理論モデル

室内実験でみられたような、流量によって渦の接線速度分布が大きく変化する現象を、簡単な理論モデルを用いて調べる。

角速度  $\Omega$  で回転する深さ  $H$  の円筒容器内部の流れを考

える(図7)。壁の位置  $r = r_0$  で  $Q$  の流量があるとする。流れは軸対称であると仮定し、水面の変形は無視する。穴の付近の流れは考えない。

流れは内部領域と境界層とに分ける。半径  $r$  の位置の、境界層内での中心に向かう流量を  $F(r)$  とする。非線型のEkman境界層での輸送は、数値的に求めた相似解<sup>4)</sup>を用いて見積もる。

基礎方程式は、流量の保存式

$$2\pi r H V_r(r) + F(r) = Q \quad (1)$$

および運動方程式

$$\frac{\partial V_\theta}{\partial t} = -V_r \left( \frac{V_\theta}{r} + \frac{\partial V_\theta}{\partial r} \right) + \mu \left( \frac{\partial^2 V_\theta}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial V_\theta}{\partial r} - \frac{V_\theta}{r^2} \right) \quad (2)$$

である。ここで  $V_r, V_\theta$  はそれぞれ(慣性系からみた)動径方向速度、接線方向速度であり、 $\mu$  は粘性係数である。

回転系からみた接線方向の流速を  $v (\equiv V_\theta - r\Omega)$  とする。定常状態を仮定し、また、簡単のため内部粘性の効果は小

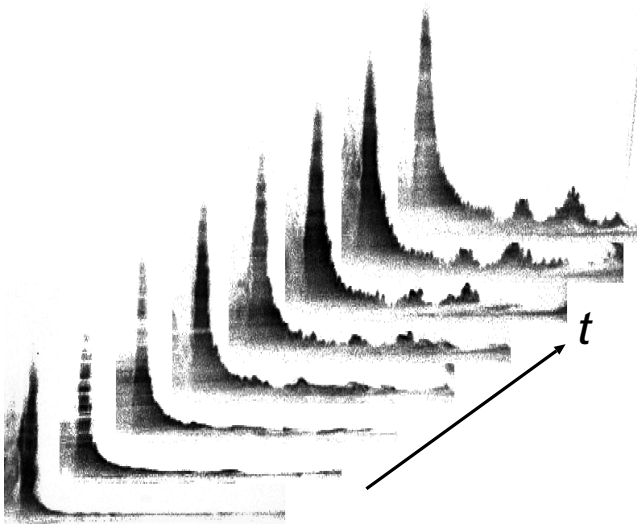


図6 水槽の回転数を突然半分にしたときに生じた、底面の境界層から内部領域への貫入。左から順に5秒ごとの様子を示す。

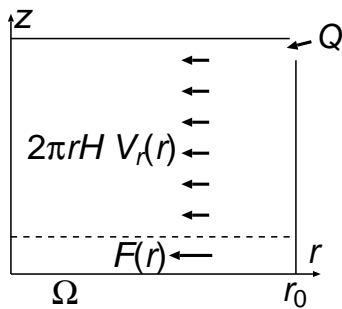


図7 理論モデルの設定。流体は底面の境界層と内部領域とに分けて考える。

さいとすると、(1), (2) 式は、

$$(Q - F(r)) \left( 2\Omega + \frac{v}{r} + \frac{\partial v}{\partial r} \right) = 0 \quad (3)$$

とまとめられる。境界条件は側壁での  $v(r_0) = 0$  である。

(3) 式が成り立つためには2通りのバランスが可能である。まず i)  $Q = F(r)$  となる場合。これは壁から入ってきた流量がすべて Ekman 境界層を抜けることを意味する。 $F(r)$  はそれほど大きくなることはできないことを考えると、このバランスが成り立つのは  $Q$  が小さいときに限られることが分かる。もう一つは ii)  $2\Omega + v/r + \partial v/\partial r = 0$  となる場合である。これを解くと  $V(r) = \Omega r_0^2/r$  すなわちポテンシャル渦となる。

したがって、実現する流れのレジームは流量の大小によって異なることが分かる。流量が多いときには内部領域でも中心に向かう流れが作られ、ポテンシャル渦が実現する。流量が少ないときには境界層での輸送が支配的で内部領域の流れは境界層によってコントロールされることが分かる。

室内実験でのパラメータを用いて (3) 式を解いたものが図8である。室内実験の結果をよく再現している。

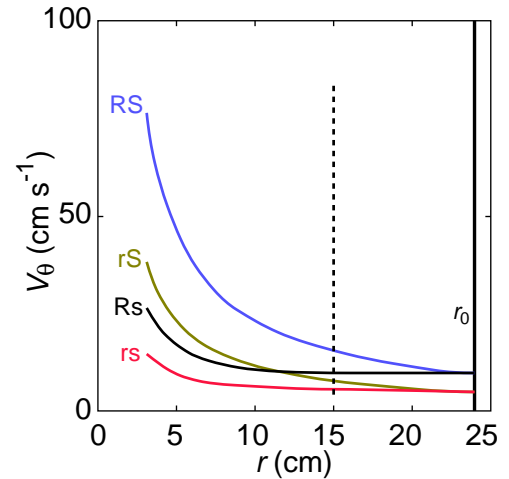


図8 モデルにより再現された内部領域の流れの接線方向の速度分布。破線より左が図3で示した領域。

## 5. 結論

吸い込み渦の速度分布には底面の境界層が重要な影響を及ぼしていることが示唆された。

1. 定常的な吸い込み渦を室内実験で作り、その流れの構造を PIV および染料による可視化で調べた結果、

- 吸い込み流量が多いときには渦の構造は Rankine 渦に似る。
- 流量が少ないときには速度分布は角運動量保存の関係から大きくずれる。
- 側壁から注入した流体はほとんどが側壁に沿って下降し、底面の境界層を通過して渦の中心へと向う。
- 底面の境界層の流れ渦核の付近で一部は上昇流になる。

2. 容器の回転を急に遅くしたとき、

- 側壁では慣性不安定によるブルーム状の擾乱が生じ、混合層が形成される。
- 底面からは同心円状の上昇流が生じ、内部領域に貫入する現象が見られた。

3. 定常的な吸い込み渦について、非線型の Ekman 境界層をパラメタライズした理論モデルを用いて、吸い込み流量によって、内部領域の速度分布がポテンシャル渦になる場合とならない場合があることを示した。

## 引用文献

- 1) Lugt, H. J.: *Vortex flow in nature and technology*. John Wiley & Sons (1979) 297 pp.
- 2) Khoo, B. C., Yeo, K. S. and Lim D. F.: *Exp. Fluids*, **22** (1997) 300–311.
- 3) Noguchi, T., Yukimoto, S., Kimura, R. and Niino, H.: *Proc. PSFVIP-4* (2003) F4080.
- 4) Rogers, M. H., and Lance, G. N.: *J. Fluid Mech.*, **7** (1964) 617–631.