

## 論文の内容の要旨

論文題目      Formation, Growth, and Structure of Multi-layered Convection  
due to Double-diffusive Instability  
(二重拡散効果による多層対流の構造とその形成・発達機構)

氏   名      野 口   尚 史

海洋中には温度・塩分が深さ方向に数 m スケールで階段状に変化している場所があることが観測されている。ひとたびこのようなステップ状の鉛直構造が生じると熱や塩分の鉛直輸送は大幅に増加することが考えられるので層構造の形成は海洋物理学的に重要な現象であると思われる。

層構造の形成に関わるメカニズムの一つに本研究で取り上げる拡散型対流がある。拡散係数が異なる 2 つの成分によって密度成層が作られている流体では、静力学的に安定な密度成層をしていても一方の成分についてみたときに不安定な成層をしていれば二重拡散対流という対流運動が生じることがある。このうち、拡散が速い方の成分 (海洋の場合は温度) が不安定成層している場合を拡散型対流と呼ぶ。

拡散型対流による層構造の形成について、室内実験を中心とした研究があるが、それらのほとんどは塩分で安定成層をした流体を底面から加熱することにより多層構造を作り出すもの (Turner, 1968; Huppert and Linden, 1979; Fernando, 1987) である。また、層境界面を通しての熱や塩分のフラックスについては 2 層の流体を用いた定量的な研究が Turner(1965), Shirtcliffe (1973) をはじめ数多くある。しかし、海洋の比較的深い所で最初に層構造がどうやって作られるのか、形成後にはどのくらいの厚さの層ができるのかといった基本的な疑問に対して満足のいく説明は与えられていない。

本研究は大きく分けて 3 つのテーマからなっている。1 つめは拡散型対流の非線形発達について数値実験で調べたもので、一様な成層から層構造が自発的に発生することを示す。2 つめは初期に乱流によって成層が変形された場合にも同様の層構造が形成されることを室内実験と数値実験で示す。3 つめは層構造が形成された後の層厚の成長を mechanistic なモデルで記述し、多層対流系の力学を考察する。

**問題設定** 水平 ( $x$ ) 方向・鉛直 ( $z$ ) 方向ともに無限の広がりをもつ 2 次元の流体を考える。流体の密度  $\rho$  は拡散が速い成分  $T$  と遅い成分  $S$  によって  $\rho = \rho_0[1 + \alpha T + \beta S]$  で与えられるとする。ここで、 $\alpha = \rho_0(\partial\rho/\partial T)_S$ ,  $\beta = \rho_0(\partial\rho/\partial S)_T$  である。

$T$  と  $S$  がともに鉛直に一様な鉛直勾配  $\overline{T}_z, \overline{S}_z$  を持っているとする。本研究で対象とする拡散型成層では  $\alpha\overline{T}_z < 0, \beta\overline{S}_z > 0$  である。各成分の密度勾配への寄与の比  $\gamma = -\alpha\overline{T}_z/\beta\overline{S}_z$  を定義すると、静力学的に安定な密度成層の条件は  $\gamma < 1$  である。

流体が無限に広がっている場合にはこの問題が持つ長さスケールは  $\delta = |g\alpha\overline{T}_z/\kappa_T\nu|^{-1/4}$  のみで

あるので、すべての物理量を  $\delta$ ,  $\delta^2/\kappa_T$ ,  $\overline{T}_z\delta$ ,  $\overline{S}_z\delta$  でスケーリングすると無次元の基礎方程式

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} - Pr\nabla^2\right)\nabla^2\psi = -J(\psi, \nabla^2\psi) - Pr\left(\frac{\partial T}{\partial x} - \frac{1}{\gamma}\frac{\partial S}{\partial x}\right) \quad (1)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} - \nabla^2\right)T = -J(\psi, T) - \frac{\partial\psi}{\partial x} \quad (2)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} - \tau\nabla^2\right)S = -J(\psi, S) - \frac{\partial\psi}{\partial x} \quad (3)$$

を得る ( $J(a, b) \equiv \frac{\partial a}{\partial x}\frac{\partial b}{\partial z} - \frac{\partial a}{\partial z}\frac{\partial b}{\partial x}$ )。無次元パラメータは  $Pr = \nu/\kappa_T$ ,  $\tau = \kappa_S/\kappa_T$ ,  $\gamma$  の3つだけである。

**線形安定性** この基本場に擾乱が与えられた場合の安定性を調べる。式(1)–(3)を各変数について基本場(運動は静止状態)と擾乱に分け、擾乱について線形化する。擾乱として  $e^{i(kx+mz)}e^{\sigma t}$  の形の解を仮定すると、波数  $k, m$  と増幅率  $\sigma$  との関係式が得られる。

これから、熱塩系 ( $\tau = 10^{-2}$ ,  $Pr = 7$ ) に対して拡散型対流が発達するためには  $\gamma$  が臨界値 0.876 より大きくなければならないことが分かった。発達率が最大となる擾乱は、水平スケールが  $\delta$  の数倍で、鉛直方向には無限に長いものであることが分かった。

### 一様成層からの層構造の自励形成機構

数値シミュレーション(修士論文)では、線形的にもっとも速く発達するはずの鉛直波数  $m = 0$  の擾乱がはっきりと現れずに有限の  $m$  を持つ多層構造が生じた。なぜ層構造が生じたのか、また、そのときの鉛直波数はどのように決まるのか、を数値シミュレーションの結果を元に、単純化した非線形モデルで考察した。

基礎方程式を空間変数について Fourier 分解すると、ある波数  $(k, m)$  のモードに対する常微分方程式系を得る。

$$\left[\frac{d}{dt} + PrK^2\right] K^2\tilde{\psi} = N_{K^2\tilde{\psi}}(k, m) + ikPr(\tilde{T} - \frac{\tilde{S}}{\gamma}) \quad (4)$$

$$\left[\frac{d}{dt} + K^2\right] \tilde{T} = N_{\tilde{T}}(k, m) - ik\tilde{\psi} \quad (5)$$

$$\left[\frac{d}{dt} + \tau K^2\right] \tilde{S} = N_{\tilde{S}}(k, m) - ik\tilde{\psi} \quad (6)$$

ここで  $K^2 \equiv k^2 + m^2$  で、また  $N_X(k, m)$  は波数  $(k, m)$  のモードへの、その他のモードからの非線形寄与(エネルギー輸送関数)である。

**主要なモード** どのような相互作用によって層構造が形成されているのかを探るため、数値シミュレーションの結果について、層構造ができる直前の時刻におけるエネルギー輸送関数を調べると、図に示すような A, B, C, D の4つのモード間の相互作用が卓越していることが分かった。A は線形的な最大発達モード、B, C は A と3波共鳴の関係にあるモード、D は数値シミュレーションで現れる層構造に対応する鉛直波数のモードである。

**4波モデル** そこで、この4つのモードだけからなる「4波相互作用モデル」を考えた。理論解析の結果に基づいて、A, B, C は互いに、D は B とだけ相互作用することを仮定した。この4つのモードの振幅に対する時間発展方程式(4)–(6)を時間積分した。

その結果、線形論では指数関数的に増幅する A, B のモードに、線形論では減衰モードである C, D が急速に追いつき、追い越すことが確認された。D のモードは数値シミュレーションで見られた層構造と非常に良く似た振舞いを見せた。

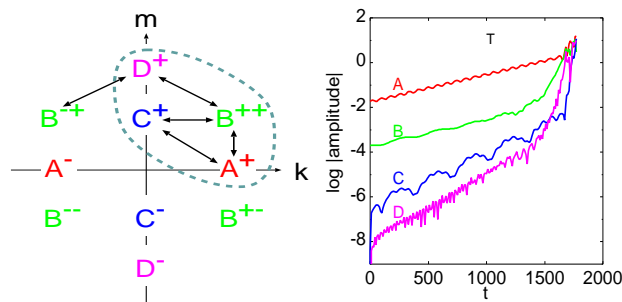


図 1: (a) 主要な 4 つのモード. 矢印はモード間の相互作用を示す. (b) 温度場の各モードの振幅の時間発展 (縦軸は対数).

### 非一様成層からの層構造の形成

実際の海洋での多層構造の成因を考える場合、線形的に不安定でかつ一様な (リニアな) 成層が作られる状況は自然界では必ずしも実現されるとは限らない。むしろ外的な強制によってしばしば成層に変形がもたらされていると考える方が自然であろう。

このような強制として乱流を考えよう。海洋では内部波の砕波などで乱流が作りだされている。線形的には安定な  $\gamma$  の基本場が乱流混合による変形  $\tilde{\rho}$  を受けたと考える。簡単のため乱流混合は一過性であり、分子拡散に比べて充分速く起こるとすると、塩分場・温度場は同じ変形を受けると考えられる。混合による塩分場・温度場の変形は水平方向に一様であるとする。この状態を初期場とした成層の時間発展を考えた。

**室内実験** 室内実験は塩-砂糖系で行なった。恒温槽に入れて一定温度に保ち、壁面からの熱フラックスによる擾乱を無くした水槽 (25cm×25cm×10cm) 中に、上ほど塩分が濃く下ほど糖分が濃い、線形に密度成層した流体を満たし、3mm メッシュの水平格子を鉛直方向に  $2\text{cm s}^{-1}$  で通過させた。

その結果、格子が作り出した乱流のために一様な成層は鉛直スケール約 3cm の層状の成層に変化した。与えた乱流による運動は数 min で減衰し、10min 後にはほとんど静止状態になった。ところがそれから 7hr ほど経過すると、プリューム状の対流運動が層の中央部から突然発生し始めた (図 2)。対流運動は上下を比較的密度勾配の大きい領域で挟まれた層の間のみで起こった。この対流運動は定常的ではなく、周期約 22min のパルス状の振動を数 10 サイクルにわたって繰り返した。時間の経過とともに上下にも新たな層が何層か現れ、50hr 後には多層構造になった。

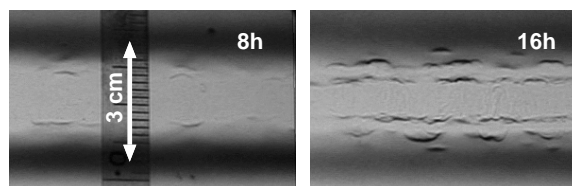


図 2: 室内実験でみられた対流運動とその発展。格子通過後 8h 後と 16h 後。濃淡は鉛直密度勾配の大きさに対応する。

**数値実験** 2次元の数値実験により対流運動の再現を試みた。室内実験に合わせて  $\gamma = 0.9$ ,  $\tau \equiv \kappa_S/\kappa_T = 0.3$  とした。ここで  $\kappa_S, \kappa_T$  はそれぞれ砂糖と塩の拡散係数である。基本場の成層に与える変形  $\tilde{\rho}$  は  $k = 0, m = 0.025$  の正弦波とし、その振幅は中間の高さで成層がちょうど中立となるような振幅の  $1/3$  倍とした。

しばらく静かな状態が続いた後に中央の層からプリューム状の対流が発生し (図 3)、数回の振動を繰り返した。時間の経過とともに最初の対流層の上下にも層が作られ、最終的に多層構造に移行するなど、室内実験と非常によく似た振舞いを見せた。

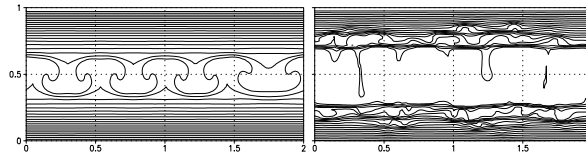


図3: 数値実験でみられた対流運動とその発展。無次元時間で  $0.6 \times 10^{-3}$  と  $1.2 \times 10^{-3}$  の時の密度の等値線を示す。

### 層構造の成長

ひとたび多層構造が形成されると、その後の発展は初期の成層が線形的に不安定であるか安定であるかによらずよく似ていた。隣り合う層どうし合併を繰り返し、平均的な層厚は時間とともに厚くなった。この合併の過程には、層が消滅するものと、境界が消滅するものの2つのモードが見られた。ここでは、層はなぜ合併を起こすのか、合併はどのように起こるのか、を調べた。

層の内部では活発に対流プリュームが発生し、境界面を突き動かしていた。そこで、層内のプリュームの活発さの指標として運動エネルギーを、上昇/下降プリュームの非対称性の指標として鉛直流の歪度 (skewness) にそれぞれ注目して調べた結果、プリュームによる境界面を通じた乱流エントレインメントで層の合併の傾向を説明できることを見出した。

この解析に基づき、「非対称エントレインメントモデル」を提案した。この mechanistic なモデルでは、1) 層内は温度・密度が一定とし、2) プリュームは出発した境界面での温度差に比例した浮力を持ち、3) 境界面でのリチャードソン数に逆比例したエントレインメントが起こる、と仮定している。そうすると、ある瞬間の層構造が、各層の温度と層厚だけで記述でき、さらにその時間発展も計算できる。

このモデルを簡単な条件のもとで解き、その結果を数値シミュレーションの結果と比較した。境界消滅モードのモデル化として周期的2層の条件を用い、また、層消滅モードに対しては周期的3層の条件を課してそれぞれ層の合併を再現した結果、いずれも非常に良い一致を見せた(図4)。したがって、層構造の成長は乱流エントレインメントで良く説明できることが分かった。また、2層の場合については必ず合併が起こることが分かった(図5)。

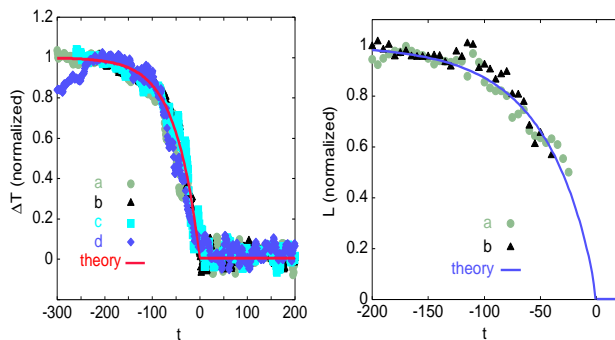


図4: (a) 境界面での温度差の時間発展。点は数値シミュレーションの結果、実線は2層モデルの解。(b) 層厚の時間発展。点は数値シミュレーションの結果、実線は3層モデルの解。

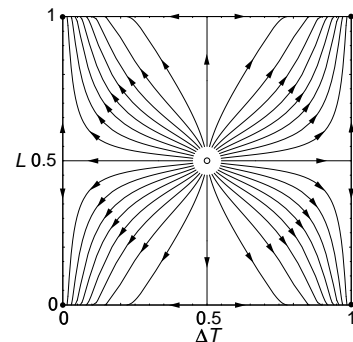


図5: 2層系の相図。縦軸は層厚、横軸は境界での温度差。白丸は不安定平衡点(湧点)、黒丸は安定平衡点(沈点)である。